

2025

**Национальный банк
Кыргызской Республики**

НАУЧНАЯ РАБОТА

Краткосрочная модель оценки и прогнозирования темпов прироста ВВП

Кыргызской Республики: факторная расширенная векторная

авторегрессионная модель (FAVAR)

2025

УДК 330.55.051

© Национальный банк Кыргызской Республики

**Научная работа Национального банка Кыргызской Республики
Краткосрочная модель оценки и прогнозирования темпов прироста ВВП
Кыргызской Республики: факторная расширенная векторная
авторегрессионная модель (FAVAR)**

Подготовлено

Нурбековым Азатбеком Нурбековичем¹

Одобрено к распространению научно-экспертным советом

Национального банка Кыргызской Республики²

2 октября 2025 года

**Изложенные в данной работе взгляды полностью принадлежат автору
и необязательно отражают точку зрения Национального банка Кыргызской
Республики**

Резюме

Данная работа посвящена поиску оптимальной модели краткосрочного прогнозирования динамики ВВП Кыргызской Республики в условиях ограниченной доступности оперативной статистики. В условиях кризисных явлений, подобных пандемии COVID-19, которая началась в 2020 году, особенно актуальна задача наукастинга – оценки экономической активности в режиме реального времени. В исследовании проводится сравнительный анализ двух моделей: традиционной векторной авторегрессии без ограничений (VAR) и факторной расширенной модели (FAVAR), построенной на основе метода главных компонентов и широкого набора макроэкономических индикаторов.

Для оценки точности прогнозов применяется рекурсивная схема с разделением данных на обучающую и тестовую выборки, а также расчёт среднеквадратичной ошибки (RMSE). Полученные результаты показывают, что модель FAVAR демонстрирует более высокую точность прогнозов на квартальном горизонте по сравнению с VAR в краткосрочном периоде. Это подтверждает целесообразность использования FAVAR как инструмента наукастинга для оперативной макроэкономической оценки и поддержки принятия решений в области денежно-

¹ Нурбеков А.Н. – бывший сотрудник отдела экономического моделирования управления денежно-кредитной политики (ОЭМ УДКП) Национального банка. Автор выражает искреннюю благодарность своей супруге Бурулай за неизменную поддержку, терпение и вдохновение на протяжении всего периода подготовки данной работы. Особая признательность выражается сотрудникам ОЭМ УДКП Богатыреву М.М. и Маматову Н.М. за ценные рекомендации, помощь в сборе статистических данных и содействие в оформлении исследования.

² Научно-экспертный совет является коллегиальным научно-консультационным совещательным органом Национального банка и призван способствовать совершенствованию научной и исследовательской деятельности.

кредитной политики Национального банка Кыргызской Республики (далее – Национальный банк).

JEL: C38, C53

Ключевые слова: научастинг, краткосрочное прогнозирование, ВВП, векторная авторегрессия (VAR), факторно-расширенная модель (FAVAR).

Для информации, связанной с этой публикацией, обращайтесь по адресу:

720001, Кыргызская Республика, г. Бишкек, ул. Калык Акиева, 89

телефон: +996 (312) 66-90-15 (1150)

факс: +996 (312) 61-07-30

e-mail: mail@nbkr.kg

Оглавление

1. Введение	5
2. Обзор литературы	6
3. Динамика ВВП	8
4. Методология	9
4.1 Описание модели	9
4.2 Описание данных	11
4.2.1 Данные в VAR-модели	11
4.2.2 Данные в FAVAR-модели	11
5. Проектирование	12
6. Результаты прогнозирования	13
7. Заключение.....	14
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	16
Приложение 1.....	18
Список макропоказателей, использованных в моделях	18
Приложение 2.....	19
Таблица RMSE для реального темпа роста ВВП (YoY)	19

1. Введение

Пандемия COVID-19, начавшаяся в 2020 году и парализовавшая мировую экономику, наглядно продемонстрировала важность оперативной и объективной информации при принятии решений в области макроэкономической политики. Официальные статистические данные по отдельным макроэкономическим показателям за отчетный квартал рассчитываются с большим опозданием, тогда как принятие решений, направленных на поддержание макроэкономической стабильности, требует незамедлительных оперативных действий. Например, во втором квартале 2020 года в Кыргызской Республике наблюдался значительный спад экономической активности – крупнейший с периода становления независимой республики. Однако первые официальные оценки динамики ВВП Кыргызской Республики за указанный период были опубликованы только в середине июля, что вызвало затруднения для оценки масштабов кризиса и принятия своевременных мер. Проблема оперативной оценки текущего состояния экономики приобретает особую актуальность в академических кругах.

Современные научные подходы, позволяющие оценивать экономическую активность в режиме реального времени, получили название «наукастинг» (nowcasting). Концепция была сформулирована в работе Giannone, Reichlin & Small (2008) и с тех пор стала стандартом в центральных банках и аналитических институтах.

Опыт различных центральных банков показывает, что для наукастинга существует множество моделей оценки и прогнозирования. Они могут отличаться набором переменных, спецификациями, методологическими допущениями и/или экспертными суждениями. Высокие стандарты, предъявляемые в центральных банках в рамках режима инфляционного таргетирования, требуют от моделей точности. Широко используемые традиционные эконометрические модели, в частности простая модель векторной авторегрессии без ограничений (unrestricted vector autoregression, VAR), остаются простым и удобным инструментом прогнозирования, но имеют ряд недостатков. Главный недостаток VAR – проблема выбора спецификации. По мере увеличения количества переменных или дополнительных временных задержек (лагов) увеличивается и количество параметров модели, что может оказывать негативное влияние на качество прогнозов. Кроме того, недостающие релевантные переменные также могут служить причиной некорректной спецификации и, соответственно, смещению оценок. Для решения вышеобозначенных проблем целесообразно применять факторную расширенную авторегрессионную модель (factor augmented vector autoregression, FAVAR), которая используется в качестве инструмента краткосрочной оценки и прогнозирования в среде широкого набора данных.

Целью данной работы является нахождение модели с наименьшей среднеквадратичной ошибкой краткосрочного прогноза динамики ВВП Кыргызской Республики на основе сравнительного анализа прогнозных свойств моделей VAR и FAVAR. В данной работе результаты VAR-моделирования выступают в качестве бенчмарка. Для нахождения наиболее подходящей спецификации модели предполагается проведение различных экспериментов, основанных на фактической динамике макроэкономических показателей. Цель экспериментов заключается в разделении общего количества наблюдений на две части, обучающую и тестовую, после чего первая часть используется для оценки моделей векторной авторегрессии, а вторая часть – для сравнения с полученными прогнозами по различным моделям векторной авторегрессии.

Настоящая работа имеет следующую структуру. В первом разделе приведен обзор литературы по моделям FAVAR и её использование в различных центральных банках; во втором разделе представлено общее описание моделей и статического алгоритма расчета метода главных компонент; в третьем разделе описана общая характеристика, результаты первичной обработки временных рядов и указаны источники сбора статистической информации. В заключительном разделе представлены результаты сравнительного

анализа FAVAR относительно бенчмарк-модели VAR и выводы о наиболее подходящей модели прогнозирования динамики ВВП Кыргызской Республики.

2. Обзор литературы

В настоящее время существует множество подходов для краткосрочной оценки и прогнозирования макроэкономических показателей. Одним из наиболее устоявшихся методов является метод векторной авторегрессии VAR, представленный в работе Sims (1980). Метод VAR, основанный на многомерной системе уравнений для анализа временных рядов, стал важным инструментом для центральных банков не только в изучении воздействия решений по денежно-кредитной политике на макроэкономические показатели, но и в построении макроэкономических прогнозов.

Однако существенным недостатком VAR-модели является ограничение по количеству переменных (Krolzig, 2003). При включении дополнительных переменных увеличивается число параметров модели, что негативно сказывается на качестве прогнозов. Согласно исследованию Stock and Watson (2002a), обычно в VAR-моделях содержится не более 10 переменных, чтобы минимизировать потерю «степеней свободы». Кроме того, Sims (1992) указывает на смещенност оценок из-за ограниченной информации.

Для преодоления этих ограничений разработаны факторные модели, позволяющие учитывать скрытые (латентные) экономические факторы. Методология основывается на извлечении общей информации из множества взаимосвязанных макропеременных и её использование для прогнозирования динамики экономических показателей. Первые подходы к оценке факторов временных рядов предложены Sargent и Sims (1997), а затем получили широкое распространение благодаря Stock & Watson (1999), которые прогнозировали инфляцию с использованием более ста переменных.

Впоследствии данная методология расширена в работе Bernanke et al. (2005), которые представили первую модель FAVAR для оценки влияния структурных шоков на денежно-кредитную политику. Основная цель исследования заключалась в получении функций отклика ключевых макропоказателей, а не в прогнозировании. В исследовании подчеркивается, что использование обширного набора данных играет важную роль для корректного определения механизмов денежно-кредитной политики. Авторы утверждают, что полученные результаты позволяют получить полное и последовательное представление о воздействии денежно-кредитной политики на экономику.

Методология FAVAR применена в различных страновых исследованиях для оценки воздействия решений по денежно-кредитной политике центральных банков на ключевые макропоказатели: Чехия (Borys, M.M., Horváth, R. & Franta, M., 2009), Турция (Avci, S.B., Yucel, E. 2017), Пакистан (Munir, K., Qayyum, A., 2014), Китай (Fernald etc 2014), Нигерия (Adebiyi и Mordi, 2012) и др. Например, в исследовании Adebiyi и Mordi (2012) рассмотрено влияние шоков монетарной политики на ключевые макроэкономические показатели Нигерии с использованием обширного набора данных Центрального банка Нигерии. Авторы пришли к выводу, что ключевые инструменты политики, такие как процентная ставка и коэффициент обязательных резервов, оказывают значительное влияние на динамику макроэкономических показателей.

Широкое применение модели FAVAR получило именно в краткосрочном прогнозировании благодаря возможности работы с большим числом переменных. Так, в серии исследовательских докладов Центрального банка Северной Македонии Jovanovic и Petrovska (2010) сравнили точность шести различных эконометрических моделей при прогнозировании динамики ВВП на основе среднеквадратичной ошибки. Результаты показали, что модели с большим числом переменных демонстрируют меньшую ошибку прогноза. Авторы отметили, что в дальнейшем исследования должны направляться на разработку современных динамических факторных моделей.

Экономисты Центрального банка Украины, Grui и Lysenko (2017), разработали факторную модель для прогнозирования квартального ВВП Украины и изучили её эффективность. В исследовании использовались данные опросов бизнеса по оценке финансово-экономического положения 11 показателей, публикуемых ежеквартально, за период с 2007 по 2017 годы. Для описания факторов авторы применили анализ главных компонент, где первая главная компонента объясняла 57% общей системной вариации. Результаты показали, что модель FAVAR превосходит модели случайного блуждания (*random walk*) по точности прогнозирования. Включение данных опросов бизнеса способствовало снижению ошибки прогнозов ВВП, однако их влияние не распространялось за пределы текущего квартала. Кроме того, общая прогностическая способность модели улучшалась с увеличением объема объясняющих переменных.

С другой стороны, представители Центрального банка Республики Азербайджан, Rahomiy, Guliev и Ahmadov (2020), оценили качество различных эконометрических моделей для прогнозирования динамики ВВП и инфляции в Азербайджане. Для извлечения факторов использовались 77 квартальных переменных за период с 2003 по 2018 годы. Авторы строили несколько многомерных моделей, включая FAVAR, и сравнивали их прогнозную точность с одномерной эталонной моделью. Результаты показали, что большинство многомерных моделей уступают одномерной модели в краткосрочной перспективе, особенно при прогнозировании инфляции. По мнению авторов, это может быть связано с относительно коротким периодом выборки и наличием нерегулярностей в данных.

В то же время исследование Madhou, Sewak, Moosa & Ramiah (2019) показывает, насколько модель FAVAR может прогнозировать динамику ВВП малой открытой развивающейся экономики с относительно ограниченным набором данных. В работе сравнивалась прогнозная эффективность Bayesian VAR (BVAR) и FAVAR, при этом FAVAR показала незначительное преимущество по точности прогнозов в таких условиях.

Национальный Банк Казахстана применяет динамические факторные модели для прогнозирования макроэкономических показателей. Так, Ислам и Сейдахметов (2022) построили динамическую факторную модель инфляции, используя локальные макроэкономические показатели, что позволило улучшить точность краткосрочных прогнозов. Дополнительно, Жузбаев и Сейдахметова (2019) исследовали влияние факторов на потребительский спрос в Казахстане, применяя подход скрытых факторов, близкий по методологии к FAVAR, что подтверждает широкую применимость факторных моделей для анализа и прогнозирования экономической динамики в странах региона.

Хотя методология FAVAR широко применяется в различных исследованиях, лишь немногие авторы уделяют внимание методам оценки факторов. Bernanke et al. (2005) сравнивали два подхода к оценке факторов в FAVAR: метод главных компонент (*principal components*, PC) и метод максимального правдоподобия с использованием алгоритма Gibbs Sampling. Метод PC основан на двухшаговой методологии, предложенной в работе Stock and Watson (2002b), тогда как алгоритм Gibbs Sampling, впервые введенный Geman and Geman (1984), адаптирован для применения к большим динамическим факторным моделям в работе Eliasz (2002). Kose, Otrok и Whiteman (2000, 2003) использовали модифицированную версию Gibbs Sampling для изучения международных бизнес-циклов. Bernanke et al. (2005) заключили, что вычислительно более сложный метод оценки факторов с использованием Gibbs Sampling существенно не улучшает результаты по сравнению с методом анализа главных компонент. Этот вывод может объяснить преимущественное предпочтение метода анализа главных компонент в оценке факторов в обширной литературе о FAVAR.

В рамках метода главных компонент выделяют несколько подходов: базовый статический алгоритм (Stock & Watson, 2002a) и более сложные динамические методы. В частности, Forni, Hallin, Lippi & Reichlin (2005) предложили спектральный (частотный) подход к выделению факторов, тогда как Doz, Giannone & Reichlin (2011) описали

двухшаговую методику, включающую применение Калман-фильтра после извлечения главных компонент.

Пока нет однозначных ответов на вопросы о том, сколько факторов следует включать в модель, каков должен быть размер набора данных, и какой горизонт прогнозирования является оптимальным. Это, вероятно, связано с тем, что разные страны имеют различные структуры экономики и по-разному восприимчивы к многообразным глобальным или локальным шокам.

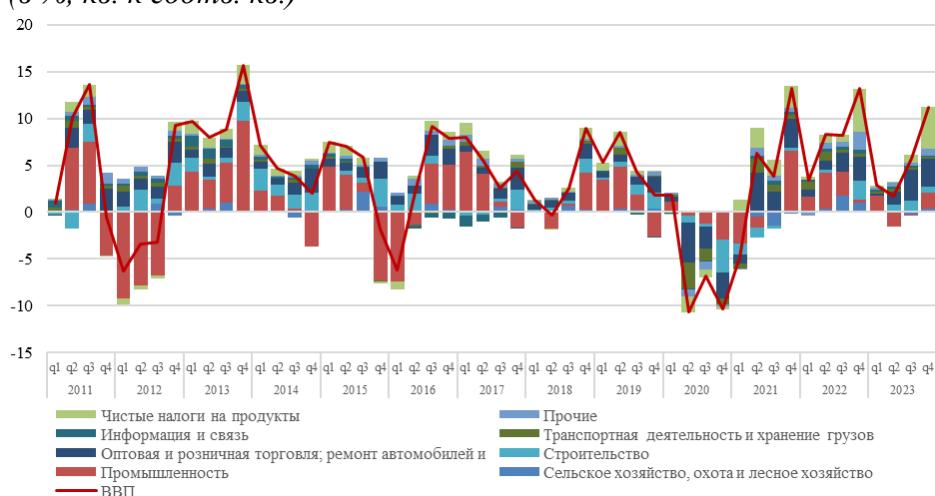
В целом, обзор литературы показал, что факторные модели с большим набором переменных демонстрируют эффективную прогностическую способность. Однако при их использовании следует обращать внимание на ряд важных моментов: методы оценки факторов в модели FAVAR, выбор целевых переменных в моделях векторной авторегрессии и алгоритм выделения главных компонент. Более того, необходимо тщательно отнестись к числу факторов, размеру набора данных и горизонту прогнозирования.

3. Динамика ВВП

В истории современной Кыргызской Республики стоит выделить ряд основных периодов экономического роста. С момента обретения независимости с 1991 по 1995 годы наблюдалось существенное снижение ВВП, сокращение достигало почти 50 процентов. С 1996 по 2005 годы (за исключением 2002 года) отмечались достаточно высокие и стабильные темпы экономического роста: совокупный прирост ВВП за этот период составил 58 процентов, что соответствует среднегодовому росту на уровне 4,7 процента. В период с 2006 по 2019 годы прослеживалась положительная динамика развития экономики страны, за исключением 2010 и 2012 годов. Кроме того, введение ограничительных мер в связи с эпидемиологической ситуацией в стране в 2020 году отрицательно сказалось на показателях экономической активности.

За годы независимости произошли структурные изменения в динамике ВВП (График 1).

График 1. Темпы роста реального ВВП по кварталам с 2011 по 2023 годы.
(в %, кв. к соотв. кв.)



Ключевым фактором, влияющим на динамику и структуру ВВП по использованию, является конечное потребление. Конечное потребление домашних хозяйств составляет существенную долю (от 61,2 до 73,5 процента к ВВП). Доля накопления основного капитала в структуре ВВП в период с 1991 по 1994 годы имела тенденцию к снижению, что было связано с уменьшением инвестиций в основной капитал (9,0 процента к ВВП в 1994 году). По мере улучшения инвестиционной среды общее накопление основного

капитала составило более четверти ВВП в период с 2005 по 2020 годы. Торговый баланс на протяжении всего периода оставался отрицательным.

4. Методология

На основании обзора литературы в данной работе при построении модели FAVAR применен двухэтапный подход. На первом этапе применена методика, основанная на работе Stock and Watson (2002a), для извлечения факторов. Второй этап предполагает включение этих факторов в модель векторной авторегрессии, как предложено Bernanke et al. (2005).

4.1 Описание модели

Модель FAVAR объединяет стандартный VAR-анализ с факторной структурой, что позволяет описывать динамику множества макроэкономических переменных с помощью ненаблюдаемых факторов. Эти факторы, полученные из обширного набора переменных, используются в качестве объясняющих переменных в VAR-модели для прогнозирования макроэкономических показателей.

Поскольку второй этап FAVAR строится на основе VAR-модели, для начала опишем модель векторной авторегрессии без ограничений:

$$Y_t = c + A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + \dots + A_p Y_{t-p} + u_t \quad (1)$$

где

Y_t – вектор исходных переменных;

c – вектор постоянных коэффициентов;

A – матрицы параметров для различных временных лагов;

u_t – вектор ошибок модели с математическим ожиданием, равным нулю, и ковариационной матрицей.

Согласно Hamilton (1994), параметры модели оцениваются с помощью метода наименьших квадратов. Важно отметить, что в модели векторной авторегрессии без ограничений при $p > 2$ возникает необходимость оценки большого числа параметров. В

частности, это приводит к проблеме «сверхпараметризации» модели, которая может привести к смещению оценок параметров и, как следствие, к увеличению среднеквадратичной ошибки прогнозов (Gupta & Kabundi 2009a, 2009b).

Для решения этой проблемы оценка FAVAR реализуется в два этапа. Предположим, что Y_t – это вектор наблюдаемых переменных размерностью $M \times 1$, оказывающих влияние на целевые показатели, F_t – вектор ненаблюдаемых факторов размерности $K \times 1$, содержащий дополнительную экономическую информацию, способную существенно повлиять на динамику временных рядов. Тогда динамика $[F_t, Y_t]$ задается VAR-процессом:

$$\begin{bmatrix} F_t \\ Y_t \end{bmatrix} = B(L) \begin{bmatrix} F_{t-1} \\ Y_{t-1} \end{bmatrix} + e_t \quad (2)$$

где $B(L) = \sum_{i=1}^d B_i L^i$ – лаговый многочлен с конечным порядком d ; e_t – вектор ошибок модели с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей Q .

Приведенное выше уравнение (2) невозможно оценить напрямую, поскольку F_t не наблюдается. Для выделения факторов используется набор исходных временных рядов X_t размерности $N \times 1$, $t = 1, \dots, T$, где $K < N$. Связь между F_t и X_t задается уравнением измерения:

$$X_t = \Lambda F_t + \varepsilon_t, \quad (3)$$

где Λ – матрица оцененных параметров с размерностью $N \times K$. ε_t – вектор ошибок с нулевым средним значением, который считается либо «слабо» коррелированным, либо некоррелированным, как между собой, так и с u_t .

Поиск главных компонент представлен статическим алгоритмом выделения главных компонент. Данный алгоритм ищет оптимальный базис в R -мерном пространстве для описания дисперсии данных. Первая главная компонента – это направление с наибольшей проецируемой дисперсией. Вторая главная компонента, ортогональная первой, захватывает вторую по величине проецируемую дисперсию, и так далее. Интересно, что направление, которое максимизирует дисперсию, также минимизирует среднеквадратичную ошибку.

Выборочная ковариационная матрица для центрированных данных определяется как:

$$S = \frac{1}{T} X X' \quad (4)$$

Матрица ковариации (4) используется для того, чтобы измерить, как много размерностей отличаются от среднего по отношению друг к другу. Задача состоит в том, чтобы найти $r \ll N$ таких линейных комбинаций $f_{it} = u_i' X_t$, чтобы максимизировать проекцию дисперсии главных компонент. То есть, мы решаем задачу оптимизации (5) с учетом ограничения $u'u = 1$ путем введения множителя Лагранжа λ .

$$\max_u L(u) = u' S u - \lambda (u'u - 1) \quad (5)$$

Собственные векторы u_i и соответствующие собственные значения λ_i ковариационной матрицы S дают весовые коэффициенты для вычисления факторов F_t . Таким образом, вычисление главных компонент F_t сводится к нахождению собственных векторов и собственных значений ковариационной матрицы исходных данных X_{it} . В частности, диагональная матрица собственных значений представлена λ , которым соответствуют u_i собственные векторы. Эти собственные векторы играют роль весовых коэффициентов при расчете динамики главных компонент. Статический подход к выделению основных компонент заключается в алгебраической задаче поиска собственных значений и собственных векторов ковариационной (или корреляционной) матрицы исходных переменных X_t .

4.2 Описание данных

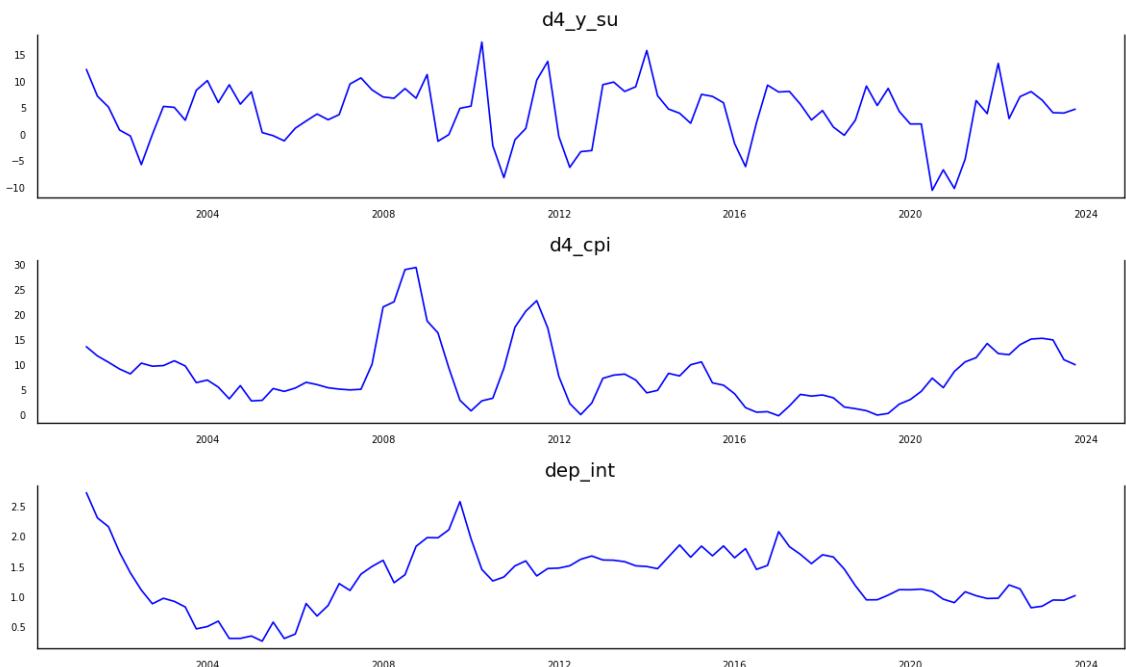
Особенностью данных по ВВП Кыргызстана является их высокая степень волатильности, а также ежемесячная публикация с некоторым лагом. Колебания в динамике ВВП во многом обусловлены изменениями объемов добычи на руднике Кумтор, которые значительно зависят от сезонных факторов и геологических особенностей горных пород. Кроме того, высокая волатильность характерна для сельскохозяйственного сектора, где погодные условия играют ключевую роль в формировании урожайности.

В связи с этим макроэкономические переменные подвергаются первичной статистической обработке: все используемые показатели логарифмируются и сезонно корректируются с применением метода X-12-ARIMA-SEATS. Для обеспечения стационарности каждый временной ряд трансформируется посредством первой или второй разности в соответствии с результатами теста на единичный корень – ADF (Augmented Dickey-Fuller Test).

4.2.1 Данные в VAR-модели

Оценка простой модели векторной авторегрессии (в том числе FAVAR) осуществляется с использованием данных по трем ключевым макроэкономическим показателям: темп роста реального ВВП, темп инфляции и номинальная процентная ставка по краткосрочным депозитам в национальной валюте (График 2). Выбор данных макроэкономических показателей объясняется следующими факторами: во-первых, существует ряд эмпирических исследований, где VAR и BVAR модели оцениваются на основе этих трех переменных (например, исследования Gupta & Kabundi 2009a, 2009b); во-вторых, мы стремимся обеспечить сопоставимость результатов нашего вневыборочного прогноза с результатами аналогичных исследований.

График 2. Динамика темпов прироста ВВП ($d4_y_{su}$ – в % к пред. кв.), инфляции ($d4_cpi$ – в процентах к пред. кв.) и номинальной процентной ставки по вновь принятым депозитам (dep_int – изменение в п.п.).



4.2.2 Данные в FAVAR-модели

Для оценки главных компонент мы используем квартальные данные по множеству макроэкономических переменных, которые Национальный банк использует в квартальной

прогнозной модели (QPM) для анализа денежно-кредитной политики, а также для среднесрочного прогнозирования макроэкономических показателей.

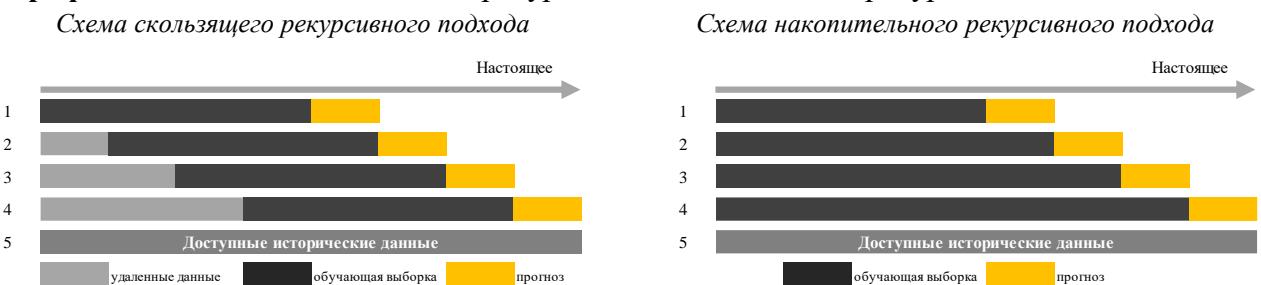
Большинство переменных для оценки главных компонент выбраны по принципу отражения структуры экономики, которые включают в себя показатели экономического роста, обменный курс, денежные агрегаты, цены на мировые сырьевые товары, экономическую активность основных стран – торговых партнеров и другие показатели. Наименования отобранных переменных и их преобразования перечислены в Приложении 1. Данные взяты из следующих источников: Национальный банк Кыргызской Республики, Национальный статистический комитет Кыргызской Республики, Бюро экономического анализа США, Продовольственная и сельскохозяйственная организация Объединенных Наций, терминал Блумберг. Оценка параметров моделей и анализ динамики главных компонент выполнены на языке программирования Python с помощью специально разработанных для этой цели библиотек: numpy, sklearn, pandas, statsmodels, seaborn и matplotlib.

5. Проектирование

Для определения прогностических свойств рассматриваемых моделей векторной авторегрессии (VAR и FAVAR) существует несколько научных подходов: накопительный рекурсивный подход (expanding window method) и скользящий рекурсивный подход (rolling window method). В данной работе применяется накопительная рекурсивная регрессия (Schumacher 2007), поскольку одним из её главных преимуществ является непрерывный рост наблюдений, что позволяет оценить модель по максимально возможной выборке.

Для этого наблюдения разделены на две части: обучающую и тестовую. В первую часть включены наблюдения с 2001:Q2 по 2016:Q3 (61 наблюдение для каждой переменной), во второй части содержится 30 наблюдений с 2016:Q4 по 2023:Q4. Проектирование эксперимента происходит по рекурсивной схеме. На основе фактических данных временных рядов с 2001:Q2 по 2016:Q3 осуществляется оценка моделей. Далее производятся прогнозы на четыре квартала вперед (2016:Q4, 2017:Q1, 2017:Q2, 2017:Q3). После этого выборка расширяется путем добавления одного наблюдения, т.е. до периода 2001:Q2-2016:Q4, и повторно оцениваются параметры и прогнозируются на четыре временных периода вперед (2017:Q1, 2017:Q2, 2017:Q3, 2017:Q4). Схема представлена в Графике 3.

График 3. Схема накопительного рекурсивного и скользящего рекурсивного подходов.



Для оценки точности прогнозов сравниваются точечные прогнозы, полученные по рекурсивной схеме регрессионного эксперимента, с фактическими значениями временных рядов темпов роста реального ВВП. Например, для первого временного периода используются прогнозные значения каждой накопительной рекурсивной регрессии с 2016:Q4 по 2023:Q4 и сравниваются с их фактическими значениями того же периода (аналогично для второго, третьего и четвертого временных периодов).

Путем проведения сравнительного анализа определяется значение среднеквадратического отклонения прогноза от факта, которое определяется по формуле:

$$RMSE_h = \sqrt{\frac{1}{T - (h - 1)} \sum_{t=1}^{T-(h-1)} [y_t - \hat{y}_{t|t-h}]^2}$$

где $RMSE_h$ – корень среднеквадратичного отклонения в момент времени t , \hat{y}_t – прогнозное значение переменной, y_t – фактическое значение переменной, h – горизонт прогноза (временной срез).

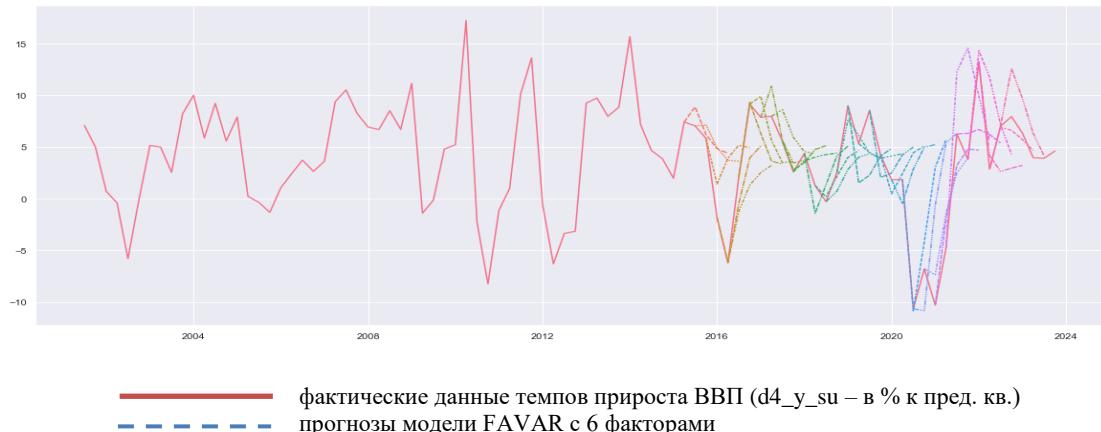
Таким образом, на каждом шаге расширения выборки рассчитывается отклонение прогноза от фактического значения, затем эти отклонения возводятся в квадрат, суммируются для каждого периода прогноза и усредняются для получения среднеквадратичной ошибки.

6. Результаты прогнозирования

Согласно большинству исследований, приведенных в обзоре литературы, модель FAVAR показывает более низкие показатели среднеквадратичной ошибки, и результаты нашей работы по краткосрочному прогнозированию динамики ВВП подтверждают эти выводы. В частности, точность прогноза модели FAVAR с шестью главными компонентами по метрике RMSE в средних величинах прогноза лучше по сравнению с моделями FAVAR с другим набором спецификаций, а также в сравнении с моделью бенчмарка VAR, использованной в нашем исследовании (Приложение 2). При добавлении новых компонент значения метрики RMSE изменяются разнонаправленно.

Важно подчеркнуть, что во всех моделях FAVAR и VAR с увеличением горизонта прогнозирования качество прогнозов ухудшается (График 4). Полученные результаты в целом соответствуют нашим ожиданиям относительно динамики среднеквадратической ошибки прогнозирования в рассматриваемых периодах. В рамках накопительно рекурсивной схемы проводилось тридцать ежеквартальных итераций наугаства и прогноза.

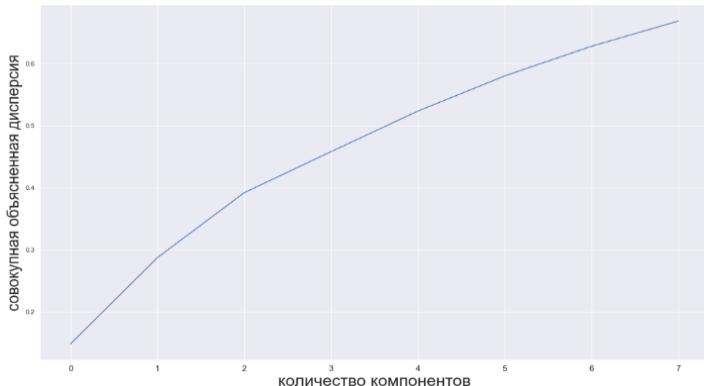
График 4. Диаграмма спагетти (Spaghetti chart) динамики ВВП и её прогнозов



Стоит отметить, что при определении количества факторов путем статистического алгоритма выделения главных компонент, включаемых в модель FAVAR, выделено от двух до восьми главных компонент (факторов). Кумулятивная корреляционная матрица исходных переменных в динамике собственных значений (главных компонент) представлена в Графике 5.

Из Графика 5 можно сделать вывод, что разрыв между последовательными собственными значениями незначительно снижается после третьей компоненты. Следовательно, для анализа моделей FAVAR будем использовать все восемь факторов. Однако первые три фактора в совокупности объясняют около 45,2 процента вариации исходных временных рядов.

График 5. Кумулятивная корреляционная матрица исходных переменных в динамике собственных значений.



Некоторые спецификации FAVAR, кроме зависимой переменной, включали также переменные, использованные в бенчмарк-модели VAR. В Приложении 2 представлены расчеты метрики RMSE, которые используют для накопительного рекурсивного подхода. Из таблицы в Приложении 2 видно, что однолаговая модель FAVAR с шестью главными компонентами дает минимальные значения величины RMSE, особенно в первом периоде прогнозного горизонта.

Таким образом, на основе вышеизложенного можно резюмировать, что модель FAVAR наиболее предпочтительна для краткосрочного прогнозирования динамики темпов прироста ВВП Кыргызской Республики (квартал к соответствующему кварталу). Этот результат подтверждает выводы, распространенные в эконометрической литературе, о том, что для краткосрочного прогноза наилучшим выбором является использование модели FAVAR относительно традиционной модели векторной авторегрессии.

7. Заключение

Целью данного исследования являлось определение наиболее эффективной модели для краткосрочного прогнозирования темпов прироста реального ВВП Кыргызской Республики на основе расширенного массива макроэкономических данных. В работе проведено прямое сравнение прогностических свойств классической векторной авторегрессии (VAR) и факторно-расширенной модели (FAVAR), опирающейся на метод главных компонент.

Результаты рекурсивного прогностического эксперимента показали, что FAVAR уверенно превосходит модель VAR по точности краткосрочного прогноза. Наиболее высокая прогностическая способность наблюдается на горизонте одного квартала вперёд – ключевом для оперативной оценки состояния экономики. Оптимальной спецификацией оказалась модель FAVAR с шестью главными компонентами и одним лагом, обеспечивающая минимальные значения среднеквадратичной ошибки (RMSE). Полученные результаты согласуются с выводами литературы, согласно которой включение широкого информационного набора позволяет значительно улучшить качество nowcasting-моделей в условиях высокой волатильности данных.

С практической точки зрения применение FAVAR даёт возможность Национальному банку Кыргызской Республики более оперативно и точно оценивать текущую динамику экономической активности. Модель может служить полезным инструментом для анализа тенденций, прогнозирования делового цикла и поддержки решений денежно-кредитной политики, особенно в условиях ограниченной и запаздывающей статистической информации.

В то же время исследование имеет ряд ограничений. Во-первых, объём выборки остаётся относительно небольшим по международным стандартам, что ограничивает устойчивость оценок. Во-вторых, качество прогноза чувствительно к выбору числа

факторов и состава входящих переменных, а также к волатильности отдельных показателей, таких как добыча на месторождении Кумтор. Наконец, использован статический метод главных компонент, который может быть расширен до динамического факторного моделирования или методов state-space с применением фильтра Калмана.

Перспективы дальнейших исследований включают несколько направлений: тестирование альтернативных методов nowcasting (DFM, BVAR, MIDAS-модели), расширение набора высокочастотных индикаторов, использование динамических факторов, а также разработку модели смешанной частоты для более точной интеграции месячных и квартальных данных. Дополнительно целесообразно исследовать устойчивость результатов к структурным разрывам, включая пандемию 2020 года и изменения в методологии статистического учёта.

В целом, проведённый анализ демонстрирует, что FAVAR является наиболее эффективным инструментом для краткосрочного прогнозирования динамики ВВП Кыргызской Республики. Модель позволяет существенно повысить качество оперативной оценки состояния экономики и может быть использована в качестве ключевого элемента в рамках среднесрочного прогнозирования при формировании денежно-кредитной политики Национального банка Кыргызской Республики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adebiyi, A., & Mordi, C. N. O. (2012). Factor-Augmented Vector Autoregressive (FAVAR) Analysis of Monetary Policy in Nigeria. *EcoMod2012*, Paper 3762.
2. Avci, S. B., & Yucel, E. (2017). Effectiveness of monetary policy: Evidence from Turkey. *Eurasian Economic Review*, 7(2), 179–213.
3. Bernanke, B., Boivin, J., & Eliasz, P. (2005). Measuring the effects of monetary policy: A factor-augmented vector autoregressive (FAVAR) approach. *Quarterly Journal of Economics*, 120(1), 387–422.
4. Borys, M. M., Horváth, R., & Franta, M. (2009). The Effects of Monetary Policy in the Czech Republic. *Czech National Bank Working Paper*.
5. Doz, C., Giannone, D., & Reichlin, L. (2011). A two-step estimator for large approximate dynamic factor models. *Review of Economics and Statistics*, 94, 1014–1024.
6. Eliasz, P. (2002). Likelihood-Based Inference in Large Dynamic Factor Models Using Gibbs Sampling. *Unpublished manuscript*, Princeton University.
7. Fernald, J., Spiegel, M., & Swanson, E. (2014). Monetary policy effectiveness in China: Evidence from a FAVAR model. *Journal of International Money and Finance*.
8. Forni, M., Hallin, M., Lippi, M., & Reichlin, L. (2005). The generalized dynamic factor model: One-sided estimation and forecasting. *Journal of the American Statistical Association*, 100, 830–840.
9. Geman, S., & Geman, D. (1984). Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6, 721–741.
10. Giannone, D., Reichlin, L., & Small, D. (2008). Nowcasting: The real-time informational content of macroeconomic data. *Journal of Monetary Economics*, 55(4), 665–676.
11. Grui, A., & Lysenko, R. (2017). Nowcasting Ukraine's GDP using a factor-augmented VAR (FAVAR) model. *Visnyk of the National Bank of Ukraine*, 242, 5–13.
12. Gupta, R., & Kabundi, A. (2009a). A large factor model for forecasting variables in South Africa. *Working Paper 137*.
13. Gupta, R., & Kabundi, A. (2009b). Forecasting macroeconomic variables using large-scale datasets: Dynamic factor model versus large-scale BVARs. *Working Paper 143*, University of Cape Town.
14. Hamilton, J. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press.
15. Islam, A., & Seidakhmetov, A. (2022). *Dynamic factor model of inflation for Kazakhstan*. National Bank of Kazakhstan Working Paper.

16. Jovanovic, B., & Petrovska, M. (2010). Forecasting Macedonian GDP: Evaluation of different models for short-term forecasting. *National Bank of North Macedonia Working Paper 2010–02*.
17. Kose, A., Otkrok, C., & Whiteman, C. H. (2003). Understanding the evolution of world business cycles. *Unpublished manuscript*.
18. Krolzig, H.-M. (2003). General-to-specific model selection procedures for structural vector autoregressions. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 65(1), 769–801.
19. Laine, O.-M. (2020). The effect of the ECB's conventional monetary policy on the real economy: A FAVAR approach. *Empirical Economics*, 59(6), 2899–2924.
20. Madhou, A., Sewak, T., Moosa, I., & Ramiah, V. (2019). Forecasting inflation in a small open developing economy. *Applied Economics*.
21. Munir, K., & Qayyum, A. (2014). Measuring the effects of monetary policy in Pakistan: A factor-augmented vector autoregressive approach. *Empirical Economics*, 46(3), 843–864.
22. Rahimov, V., Guliyev, N., & Ahmadov, V. (2020). Modeling Azerbaijan's inflation and output using a factor-augmented vector autoregressive (FAVAR) model. *Graduate Institute Working Paper HEIDWP01-2020*.
23. Sargent, T., & Sims, C. (1977). Business cycle modeling without pretending to have too much a-priori theory. In *New Methods in Business Cycles Research*. Federal Reserve Bank of Minneapolis.
24. Schumacher, C. (2007). Forecasting German GDP using alternative factor models based on large datasets. *Journal of Forecasting*, 26, 271–302.
25. Sims, C. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica*, 48(1), 1–48.
26. Stock, J., & Watson, M. (1999). Forecasting inflation. *Journal of Monetary Economics*, 44, 293–335.
27. Stock, J., & Watson, M. (2002a). Macroeconomic forecasting using diffusion indexes. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(2), 147–162.
28. Stock, J., & Watson, M. (2002b). Forecasting using principal components from a large number of predictors. *Journal of the American Statistical Association*, 97(460), 1167–1179.
29. Zhuzbaev, A., & Seidakhmetova, A. (2019). *Factor analysis of consumer demand in Kazakhstan*. National Bank of Kazakhstan Research Report.

Список макропоказателей, использованных в моделях

№	Название показателя	Описание переменной	Трансформация
1	d4_oil	Цена на нефть марки Brent, долларов США за баррель	SA, YoY
2	d4_food	Индекс продовольственных цен FAO	SA, YoY
3	d4_gold	Индекс цен на золото	SA, YoY
4	d4l_y_us	Темпы прироста ВВП США	SA, YoY
5	d4l_cpi_us	Темпы прироста инфляции в США	SA, YoY
6	d4l_y_ru	Темпы прироста ВВП России	SA, YoY
7	d4l_cpi_ru	Темпы прироста инфляции в России	SA, YoY
8	d4l_rub_usd	Изменение курса рубля к доллару США	YoY
9	d4l_remit	Изменение чистого притока денежных переводов в страну	YoY
10	d4l_y_kz	Темпы прироста ВВП Казахстана	SA, YoY
11	d4l_cpi_kz	Темпы прироста инфляции в Казахстане	SA, YoY
12	d4l_kzt_usd	Изменение курса тенге к доллару США, в процентах	YoY
13	def_str	Структурный дефицит бюджета страны, в процентах к ВВП	D1
14	d4l_mb	Изменение номинального значения денежной базы, в процентах	SA, YoY
15	d4l_m2x	Изменение номинального значения m2x, в процентах	SA, YoY
16	d4l_kgs_usd	Изменение курса сома к доллару США, в процентах	YoY
17	d4_cpi	Индекс потребительских цен	SA, YoY
18	d_cpi	Индекс потребительских цен	SA, QoQ
19	d4_cpi_f	Продовольственная ИПЦ	SA, YoY
20	d4_cpi_xf	Непродовольственная ИПЦ	SA, YoY
21	d4_cpi_adm	Административная ИПЦ	SA, YoY
22	d4_y_su	Реальный прирост ВВП КР	SA, YoY
23	gdp_nom_ind_wkum_su	Прирост добавленной стоимости в промышленности без предприятия Кумтор	SU, YoY
24	gdp_nom_agr_su	Прирост добавленной стоимости в сельском хозяйстве	SU, YoY
25	gdp_nom_constr_su	Прирост добавленной стоимости в строительстве	SU, YoY
26	gdp_nom_trade_su	Прирост добавленной стоимости в торговле	SU, YoY
27	gdp_nom_services_su	Прирост добавленной стоимости в сфере услуг	SU, YoY
28	gdp_nom_tax_su	Прирост добавленной стоимости в сфере налогов	SU, YoY
29	gdp_nom_kum_su	Прирост добавленной стоимости в предприятии Кумтор	SU, YoY
30	l_dep	Объем по вновь принятым депозитам в действующих коммерческих банках	SU, YoY
31	dep_int	Средневзвешенная процентная ставка по вновь принятым депозитам в действующих коммерческих банках	SU
32	l_ddep	Общий объем депозитов в действующих коммерческих банках (на конец периода)	SU
33	l_cred	Общий объем кредитов действующих коммерческих банков (на конец периода)	SU
34	cred_int	Средневзвешенные процентные ставки кредитов действующих коммерческих банков (на конец периода)	SU
35	l_ccred	Общий объем и средневзвешенные процентные ставки по выданным кредитам в действующих коммерческих банках (за период)	SU
36	ccred_int		SU

Примечание: SA (seasonally adjusted) – сезонно-очищенные данные, SU (seasonally unadjusted) – сезонно-неочищенные данные, YoY (year-over-year) – изменения показателей, сравниваемые с прошлым годом (например: кв. к соотв. кв.; пер. к соотв. пер. и т.д.), QoQ (quarter-on-quarter) – изменения, произошедшие за прошедший квартал (например: кв. к пред. кв.), D1 – первая разность временного ряда.

Таблица RMSE для реального темпа роста ВВП (YoY)

Количество лагов	Модель прогнозирования	Горизонт прогноза				Средняя величина RMSE
		1 кв	2 кв	3 кв	4 кв	
1 лаг	VAR	4.882	5.755	6.056	5.909	5.650
	FAVAR(2)	4.879	5.049	5.728	5.764	5.355
	FAVAR(3)	4.740	5.120	5.741	5.795	5.349
	FAVAR(4)	4.794	5.376	6.037	5.884	5.523
	FAVAR(5)	3.711	5.018	5.766	5.924	5.105
	FAVAR(6)	2.986	5.321	5.801	5.918	5.006
	FAVAR(7)	3.456	5.726	6.027	6.015	5.306
	FAVAR(8)	3.199	5.852	5.810	5.883	5.186
	FAVAR(2)*	4.959	5.280	5.816	5.802	5.464
	FAVAR(3)*	4.803	5.440	6.010	5.870	5.531
	FAVAR(4)*	4.997	5.712	6.223	5.922	5.713
	FAVAR(5)*	3.578	5.024	5.752	5.980	5.084
	FAVAR(6)*	2.571	5.383	5.788	5.969	4.928
	FAVAR(7)*	3.077	6.007	6.172	6.089	5.336
	FAVAR(8)*	2.884	6.231	6.283	6.214	5.403
2 лага	VAR	5.011	5.919	6.012	5.739	5.670
	FAVAR(2)	5.884	5.757	6.078	5.731	5.862
	FAVAR(3)	6.164	5.792	6.283	5.756	5.999
	FAVAR(6)	3.422	6.221	6.505	6.058	5.552
	FAVAR(8)	3.245	6.589	6.787	6.457	5.770
	FAVAR(2)*	6.122	5.976	6.280	5.801	6.045
	FAVAR(3)*	6.476	5.782	6.444	5.939	6.161
	FAVAR(6)*	3.585	6.695	6.957	6.621	5.964
	FAVAR(8)*	3.397	7.137	7.551	7.061	6.287

где * – в модели FAVAR со звездочкой помимо целевой переменной включались переменные, участвовавшие в бенчмарк-модели VAR.